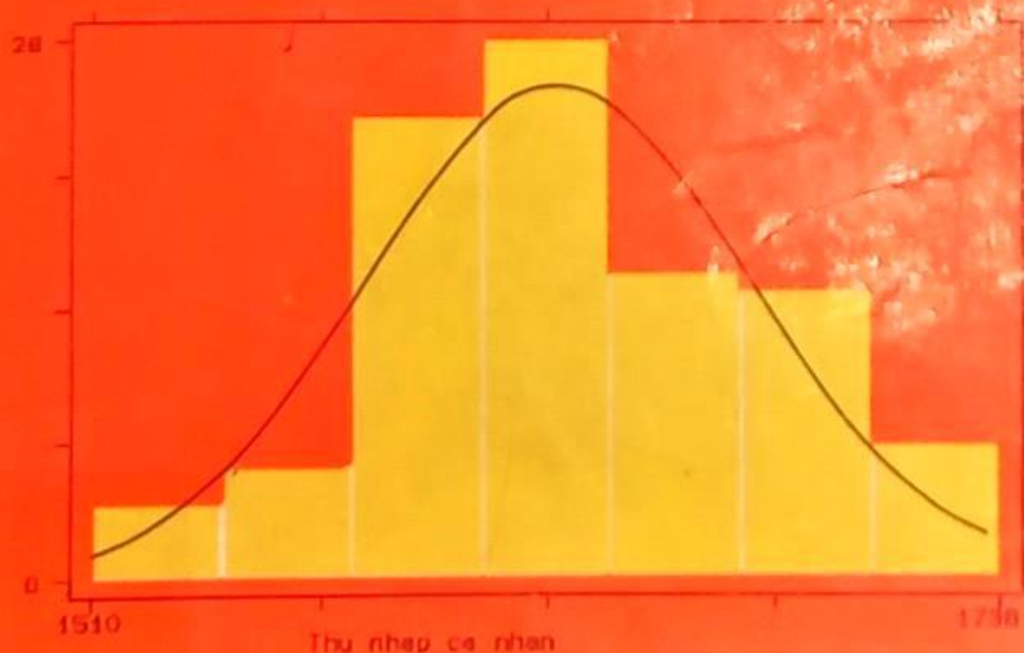


TRƯỜNG ĐẠI HỌC KINH TẾ QUỐC DÂN  
KHOA TOÁN KINH TẾ - BỘ MÔN ĐIỀU KHIỂN HỌC

# LÝ THUYẾT XÁC SUẤT & THỐNG KÊ TOÁN



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KINH TẾ QUỐC DÂN  
BỘ MÔN ĐIỀU KHIỂN KINH TẾ



# LÝ THUYẾT XÁC SUẤT VÀ THỐNG KÊ TOÁN

(Giáo trình dành cho sinh viên kinh tế và  
quản trị kinh doanh)

IN LẦN THỨ HAI CÓ SỬA CHỮA VÀ BỔ SUNG



*Các tác giả:*

Pts. Nguyễn Cao Văn

Pts. Trần Thái Ninh

*Chủ biên:*

Pts. Nguyễn Cao Văn



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

HÀ NỘI - 1999

## LỜI GIỚI THIỆU

Giáo trình "Lý thuyết xác suất và thống kê toán" do các tác giả Nguyễn Cao Văn và Trần Thái Ninh biên soạn lần này là kết quả của sự kế thừa và tiếp tục hoàn thiện các tài liệu và giáo trình đã có trước đây về môn học này ở các trường đại học kinh tế. Giáo trình được viết dựa trên Chương trình chuẩn về môn học lý thuyết xác suất và thống kê toán, đã được đông đảo giảng viên về môn học này ở tất cả các trường đại học kinh tế trong nước đóng góp ý kiến xây dựng và đã được Hội đồng môn học và Hội đồng ngành của Bộ Giáo dục và Đào tạo thông qua.

Trong quá trình biên soạn, các tác giả đã tham khảo ý kiến của nhiều giảng viên có kinh nghiệm về lĩnh vực này và họ đã có những đóng góp đáng kể để Giáo trình có chất lượng tốt, phục vụ kịp thời cho việc giảng dạy và học tập môn học cơ sở này ở các trường Đại học Kinh tế.

Giáo trình được viết bằng ngôn ngữ thực hành với nhiều ví dụ minh họa áp dụng trong nhiều lĩnh vực quản lý và kinh doanh khác nhau, do đó còn có thể được dùng làm tài liệu tham khảo bổ ích cho tất cả những ai phải sử dụng Lý thuyết xác suất và Thống kê toán trong hoạt động thực tiễn của mình. Chúng tôi xin trân trọng giới thiệu cuốn sách với bạn đọc và mong nhận được nhiều ý kiến xây dựng.

Hà Nội, tháng 7 năm 1994

Chủ nhiệm bộ môn Điều khiển Kinh tế

Trường Đại học Kinh tế Quốc dân Hà Nội

Giáo sư - Tiến sĩ Vũ Thiều

## LỜI NÓI ĐẦU



Giáo trình "Lý thuyết xác suất và thống kê toán" được biên soạn cho sinh viên kinh tế sau khi đã được trang bị các kiến thức cơ bản về toán cao cấp bao gồm giải tích cổ điển và đại số tuyến tính.

Mục đích của giáo trình là trang bị cho các nhà kinh tế tương lai phần đảm bảo về toán học cho quá trình thu thập và xử lý thông tin kinh tế - xã hội sẽ được tiếp tục nghiên cứu trong các giáo trình khác như Lý thuyết thống kê, Dự báo kinh tế, Dân số học, Marketing ... Nó cũng chuẩn bị các kiến thức cho sinh viên tiếp thu các giáo trình Mô hình toán kinh tế sẽ nghiên cứu ở các năm sau như Kinh tế lượng, Lý thuyết phục vụ công cộng, Lý thuyết quản lý dự trữ ...

Ra đời từ thế kỷ 17, lý thuyết xác suất nghiên cứu quy luật của các hiện tượng ngẫu nhiên. Dựa vào các thành tựu của lý thuyết xác suất, thống kê toán xây dựng các phương pháp ra quyết định trong điều kiện thông tin không đầy đủ. Hơn 300 năm phát triển, đến nay nội dung và các phương pháp xác suất và thống kê toán rất phong phú, được ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực tự nhiên và xã hội khác nhau. Do khuôn khổ có hạn, giáo trình chỉ đề cập những nội dung cơ bản nhất mà nhà kinh tế hoặc kinh doanh không thể thiếu trong hành trang của mình. Những vấn đề không được đề cập như lý thuyết các quá trình ngẫu nhiên, phương pháp phân tích nhân tố, phương pháp thành phần chính ... bạn đọc có thể tiếp tục nghiên cứu ở các tài liệu đầy đủ hơn về xác suất và thống kê toán.

Giáo trình được viết theo quan điểm thực hành, chú trọng việc áp dụng các phương pháp của xác suất, thống kê toán trong nghiên cứu kinh tế hơn là trình bày dưới dạng thuần túy toán học. Mỗi khái niệm, vấn đề hay phương pháp đều được minh họa bằng nhiều thí dụ trong những lĩnh vực thực tế khác nhau nhằm giới thiệu khả năng ứng dụng rộng rãi

của các phương pháp đó, đồng thời chứng tỏ ưu thế của việc sử dụng các phương pháp toán nói chung và xác suất thống kê nói riêng trong việc giải quyết các vấn đề thực tiễn. Riêng đối với sinh viên kinh tế thì điều này lại càng có ý nghĩa, nhất là khi nước ta đang chuyển mạnh sang nền kinh tế thị trường.

Để tạo điều kiện cho các nhà kinh tế tương lai sử dụng các phương pháp thống kê toán thuận lợi trong điều kiện được trang bị các phương tiện xử lý thông tin hiện đại, trong giáo trình đã đưa thêm phần đảm bảo chương trình cho các phương pháp được xét. Phần mềm này được viết bằng ngôn ngữ thông dụng và có thể sử dụng được ở mọi loại máy vi tính đang phổ biến ở Việt Nam hiện nay.

Mặc dù đối tượng phục vụ của giáo trình là sinh viên kinh tế, nó vẫn có thể có ích cho tất cả những ai trong công việc hoặc trong nghiên cứu phải tiến hành thu thập và xử lý một khối lượng lớn thông tin, số liệu.

Tương ứng với giáo trình này chúng tôi đã xuất bản một tuyển tập các bài tập. Việc phân công biên soạn như sau:

- Pts. Nguyễn Cao Văn: Chủ biên và viết các chương I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII và XII.

- Pts. Trần Thái Ninh: Viết các chương IX, X, XI.

Trong lần tái bản này chúng tôi đã nhận được nhiều ý kiến đóng góp quý báu của các đồng nghiệp ở Bộ môn Điều khiển kinh tế trường Đại học Kinh tế Quốc dân và ở nhiều trường Đại học khác. Chúng tôi chân thành cảm ơn tất cả những đóng góp đó. Tuy vậy chắc chắn giáo trình không tránh khỏi những hạn chế và thiếu sót. Chúng tôi mong tiếp tục nhận được các ý kiến nhận xét, phê bình của bạn đọc để tiếp tục hoàn thiện nội dung của giáo trình.

Hà Nội, tháng 9 năm 1998

Các tác giả

# MỤC LỤC

Trang

## PHẦN I. LÝ THUYẾT XÁC SUẤT

### CHƯƠNG I. BIẾN CỐ NGẪU NHIÊN VÀ XÁC SUẤT

§ 1. Phép thử và các loại biến cố	16
§ 2. Xác suất của biến cố	17
§ 3. Định nghĩa cổ điển về xác suất	18
§ 4. Định nghĩa thống kê về xác suất	26
§ 5. Nguyên lý xác suất lớn và xác suất nhỏ	29
§ 6. Mối quan hệ giữa các biến cố	30
§ 7. Định lý cộng xác suất	36
§ 8. Định lý nhân xác suất	41
§ 9. Phát triển định lý cộng và định lý nhân xác suất - Các hệ quả	47
9.1 Định lý	47
9.2 Hệ quả	48
9.3 Định lý	49
9.4 Công thức Bernoulli	53
9.5. Công thức xác suất đầy đủ	55
9.6. Công thức Bayes	58

### CHƯƠNG II. BIẾN NGẪU NHIÊN VÀ QUY LUẬT PHÂN PHỐI XÁC SUẤT

§ 1. Định nghĩa và phân loại biến ngẫu nhiên	62
§ 2. Quy luật phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên	64

2.1 Định nghĩa	64
2.2. Bảng phân phối xác suất	65
2.3. Hàm phân bố xác suất	68
2.4. Hàm mật độ xác suất	73
§ 3. Các tham số đặc trưng của biến ngẫu nhiên	80
3.1. Kỳ vọng toán	81
3.2. Trung vị	92
3.3. Mốt	92
3.4. Phương sai	93
3.5. Độ lệch chuẩn	101
3.6. Hệ số biến thiên	101
3.7. Một vài tham số đặc trưng khác	102

### CHƯƠNG III. MỘT SỐ QUY LUẬT PHÂN PHỐI XÁC SUẤT THÔNG DỤNG

§ 1. Quy luật không - một - $A(p)$	104
§ 2. Quy luật nhị thức - $B(n,p)$	106
§ 3. Quy luật Poisson - $P(\lambda)$	114
§ 4. Quy luật siêu bội - $M(N,n)$	119
§ 5. Quy luật phân phối đều - $U(a,b)$	122
§ 6. Quy luật phân phối lũy thừa - $E(\lambda)$	124
§ 7. Quy luật phân phối chuẩn - $N(\mu, \sigma^2)$	128
§ 8. Quy luật khi bình phương $\chi^2(n)$	143
§ 9. Quy luật Student - $T(n)$	145
§ 10. Quy luật Fisher - Snedecor - $F(n_1, n_2)$	147

### CHƯƠNG IV. BIẾN NGẪU NHIÊN HAI CHIỀU - HÀM CÁC BIẾN NGẪU NHIÊN

§ 1. Khái niệm về biến ngẫu nhiên nhiều chiều	149
§ 2. Bảng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên hai chiều	150

§ 3. Hàm phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên hai chiều	153
§ 4. hàm mật độ xác suất của biến ngẫu nhiên hai chiều	157
§ 5. Quy luật phân phối xác suất có điều kiện của các thành phần của hệ hai biến ngẫu nhiên	162
§ 6. Các tham số đặc trưng của hệ hai biến ngẫu nhiên	167
§ 7. Kỳ vọng toán có điều kiện. Hàm hồi quy	173
§ 8. Phân phối chuẩn hai chiều	176
§ 9. Quy luật phân phối xác suất của hàm các biến ngẫu nhiên.	177

## CHƯƠNG V. LUẬT SỐ LỚN

§ 1. Bất đẳng thức Trêbusep	186
§ 2. Định lý Trêbusep	189
§ 3. Định lý Bernoulli	192

## PHẦN II. THỐNG KÊ TOÁN

### CHƯƠNG VI. CƠ SỞ LÝ THUYẾT MẪU

§ 1. Khái niệm về phương pháp mẫu	196
§ 2. Tổng thể nghiên cứu	197
2.1 Định nghĩa	197
2.2. Các phương pháp mô tả tổng thể	198
2.3. Các tham số đặc trưng của tổng thể	199
2.4. Chỉ số	204
§ 3. Mẫu ngẫu nhiên	214
3.1. Các phương pháp chọn mẫu	214
3.2. Thang đo các giá trị mẫu	217
3.3. Định nghĩa mẫu ngẫu nhiên	219



3.4. Các phương pháp mô tả mẫu ngẫu nhiên	221
§ 4. Thống kê	233
4.1 Định nghĩa	233
4.2. Một số thống kê đặc trưng mẫu ngẫu nhiên	234
4.3. Đồ thị hình hộp (box plot)	252
§ 5. Mẫu ngẫu nhiên hai chiều	255
5.1. Khái niệm	255
5.2. Phương pháp mô tả mẫu ngẫu nhiên hai chiều	256
5.3. Một số thống kê đặc trưng của mẫu ngẫu nhiên hai chiều	257
§ 6. Quy luật phân phối xác suất của một số thống kê đặc trưng mẫu	260
6.1. Trường hợp biến ngẫu nhiên gốc phân phối theo quy luật chuẩn	261
6.2. Trường hợp có hai biến ngẫu nhiên gốc cùng phân phối theo quy luật chuẩn	263
6.3. Trường hợp biến ngẫu nhiên gốc $X$ phân phối theo quy luật không - một.	266
6.4. Trường hợp có hai biến ngẫu nhiên gốc cùng phân phối theo quy luật không - một.	267
§ 7. Suy diễn thống kê	268
7.1. Suy diễn về mẫu ngẫu nhiên rút ra từ tổng thể phân phối chuẩn	269
7.2. Suy diễn về hai mẫu ngẫu nhiên rút ra từ hai tổng thể phân phối chuẩn	272
7.3. Suy diễn về mẫu ngẫu nhiên rút ra từ tổng thể phân phối không - một	275
7.4. Suy diễn về hai mẫu ngẫu nhiên rút ra từ các tổng thể phân phối không - một	279

## CHƯƠNG VII. ƯỚC LƯỢNG CÁC THAM SỐ CỦA BIẾN NGẪU NHIÊN

§ 1. Phương pháp ước lượng điểm	282
1.1. Phương pháp hàm ước lượng	282
1.2. Phương pháp ước lượng hợp lý tối đa	
§ 2. Phương pháp ước lượng bằng khoảng tin cậy	294
2.1. Khái niệm	294
2.2. Ước lượng kỳ vọng toán của biến ngẫu nhiên phân phối theo quy luật chuẩn	296
2.3. Ước lượng hiệu hai kỳ vọng toán của hai biến ngẫu nhiên phân phối theo quy luật chuẩn	309
2.4. Ước lượng xác suất $p$ của biến ngẫu nhiên phân phối không - một	316
2.5. Ước lượng hiệu hai tham số $p$ của hai biến ngẫu nhiên phân phối không - một	321
2.6. Ước lượng phương sai của biến ngẫu nhiên phân phối theo quy luật chuẩn	323
2.7. Ước lượng tỷ số của hai phương sai của hai biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn	328
2.8. Ước lượng trung vị của tổng thể nghiên cứu	330

## CHƯƠNG VIII. KIỂM ĐỊNH GIÁ THUYẾT THỐNG KÊ

§ 1. Khái niệm chung	334
§ 2. Kiểm định tham số	340
2.1. Kiểm định giả thuyết về kỳ vọng toán của biến ngẫu nhiên phân phối theo quy luật chuẩn khi đã biết phương sai	340
2.2. Kiểm định giả thuyết về kỳ vọng toán của biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn khi chưa biết phương sai	352
2.3. Kiểm định giả thuyết về hai kỳ vọng toán của	

hai biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn	357
2.4. Kiểm định giả thuyết về tham số $p$ của biến ngẫu nhiên phân phối không - một	374
2.5. Kiểm định giả thuyết về hai tham số $p$ của hai biến ngẫu nhiên phân phối không - một	380
2.6. Kiểm định giả thuyết về phương sai của biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn	384
2.7. Kiểm định giả thuyết về sự bằng nhau của hai phương sai của hai biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn.	386
2.8. Kiểm định $k$ phương sai của $k$ biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn	388
§ 3. Kiểm định phi tham số	393
3.1. Kiểm định trung vị của tổng thể nghiên cứu	393
3.2. Kiểm định tổng hạng Wilcoxon về hai kỳ vọng toán của hai biến ngẫu nhiên	396
3.3. Kiểm định tổng hạng theo dấu của Wilcoxon	402
3.4. Kiểm định Kruskal - Wallis về $k$ kỳ vọng toán	406
3.5. Kiểm định giả thuyết về $k$ tham số $p$ của $k$ biến ngẫu nhiên phân phối không - một	410
3.6. Kiểm định giả thuyết về quy luật phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên	414
3.7. Kiểm định giả thuyết về tính độc lập giữa hai dấu hiệu định tính	426
3.8. Kiểm định sự phù hợp của quy luật đa thức	430
3.9. Kiểm định về tính ngẫu nhiên của mẫu	433

## CHƯƠNG IX. PHÂN TÍCH PHƯƠNG SAI

§ 1. Đặt vấn đề	438
§ 2. Mô hình phân tích phương sai một nhân tố	440
§ 3. Mô hình phân tích phương sai hai nhân tố	446
3.1. Mô hình hai nhân tố tác động riêng rẽ	446

3.2. Mô hình hai nhân tố tác động tổng hợp	452
--	-----

## **CHƯƠNG X. PHÂN TÍCH TƯƠNG QUAN VÀ HỒI QUY**

§ 1. Đặt vấn đề	456
§ 2. Mô tả số liệu phân tích thống kê	459
2.1. Mô tả số liệu định lượng	460
2.2. Mô tả số liệu định tính	463
§ 3. Phân tích tương quan	467
3.1. Phân tích tương quan bằng số liệu định lượng	467
3.2. Phân tích tương quan bằng số liệu định tính	474
§ 4. Phân tích hồi quy	482
4.1. Hàm hồi quy	482
4.2. Mô hình hồi quy tuyến tính đơn	484
4.3. Mô hình hồi quy tuyến tính bội	494
4.4. Một số dạng hàm hồi quy phi tuyến có thể đưa về dạng hàm hồi quy tuyến tính	501

## **CHƯƠNG XI. PHÂN TÍCH CHUỖI THỜI GIAN**

§ 1. Đặt vấn đề	503
§ 2. Phân tích bằng hàm xu thế	507
2.1. Phân tích hồi quy chuỗi thời gian	507
2.2. Phương pháp bình quân di động (MA)	509
2.3. Phương pháp san bằng mũ	511
§ 3. Phân tích biến động mùa vụ	513
§ 4. Phân tích biến động chu kỳ	520

## **CHƯƠNG XII. THỐNG KÊ BAYES VÀ LÝ THUYẾT QUYẾT ĐỊNH THỐNG KÊ**

§ 1. Thống kê Bayes	526
1.1. Định lý Bayes đối với phân phối xác suất rời rạc	526

1.2. Định lý Bayes đối với phân phối xác suất liên tục	531
§ 2. Lý thuyết quyết định thống kê	534
2.1. Cây quyết định	536
2.2. Bảng thanh toán	536
2.3. Sử dụng thông tin bổ xung bằng định lý Bayes	541
2.4. Giá trị thông tin	546
<b>Phân phụ lục</b>	<b>551</b>
<b>Tài liệu tham khảo</b>	<b>590</b>